

Un industriel étudie l'évolution de la production des jouets sur la machine VP1000 de son entreprise.

En 2000, lorsqu'il l'a achetée, elle pouvait produire 120 000 jouets par an.

Du fait de l'usure de la machine, la production diminue de 2 % par an.

On modélise le nombre total de jouets fabriqués au cours de l'année $(2000 + n)$ par une suite (U_n) . On a donc $U_0 = 120\,000$.

Partie A

1. Montrer que, pour tout entier naturel n : $U_n = 120\,000 \times 0,98^n$.

2. a) Quel a été le nombre de jouets fabriqués en 2005 ?

b) En utilisant la table de la calculatrice en mode « suite », compléter le tableau ci-contre.

c) En déduire à partir de quelle année le nombre de jouets fabriqués sera strictement inférieur à 100 000. (*Expliquer la méthode utilisée.*)

d) Cet industriel décide qu'il changera la machine lorsqu'elle produira moins de 90 000 jouets par an.

Compléter les lignes 8 ; 9 et 12 de l'algorithme ci-dessous afin qu'il permette de déterminer le plus petit entier naturel n tel que : $U_n < 90\,000$.

Calculatrice.

n	$u(n)$
0	-
1	-
2	-
3	-
4	-
5	-
6	-

1	Variables :	A est un réel
2		n est un entier naturel
3		
4	Initialisation :	A prend la valeur 120 000
5		n prend la valeur 0
6		
7	Traitement :	Tant que $A \geq 90\,000$
8		n prend la valeur
9		A prend la valeur
10		Fin Tant que
11		
12	Sortie :	Afficher

e) Programmer cet algorithme en Python et l'écrire ci-dessous ainsi que le résultat obtenu en réponse à la question précédente.

Partie B - à compléter au dos de cette feuille

3. a) Exprimer $1 + 0,98 + 0,98^2 + \dots + 0,98^n$ en fonction de n .

b) On pose : $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$.

Montrer que : $S_n = 6\,000\,000 \times (1 - 0,98^{n+1})$.

c) En déduire le nombre total de jouets fabriqués pendant les 15 premières années de production.